УДК 669.86.536.21

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ С ЛОКАЛЬНО СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЯ

Г.В. Кузнецов*, М.А. Шеремет**

* Томский политехнический университет
** Томский государственный университет
E-mail: Mechael@mail2000.ru

Решена пространственная нелинейная нестационарная задача теплопроводности для составного параллелепипеда с локально сосредоточенными источниками тепловыделения и неоднородными граничными условиями. Использован метод конечных разностей и неравномерная разностная сетка. Сделан вывод о существенной неоднородности температурных полей в сечениях, проходящих через источники тепловыделения.

Одной из актуальных проблем настоящего времени является проблема теплоэнергосбережения, решение которой невозможно путём эмпирического анализа различных технологических, проектных, материаловедческих и конструкторских решений и предложений. Эффективным инструментом поиска решений проблемы теплоэнергосбережения может быть только математическое моделирование комплекса процессов, протекающих в реальных системах, потребляющих тепловую энергию, с последующей опытной проработкой наиболее привлекательных решений и схем. Но до настоящего времени не опубликованы результаты исследований по созданию теоретических основ процессов пространственного нестационарного теплопереноса в системах-потребителях тепловой энергии. Целью данной работы является решение задачи пространственного нестационарного теплопереноса в объекте, представляющим собой замкнутый объем с локально сосредоточенными источниками тепловыделе-

ния и неоднородными граничными условиями на внешних и внутренних границах области решения.

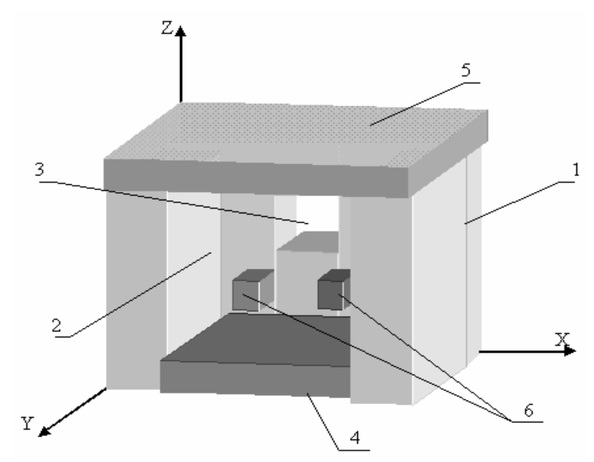


Рис. 1. Область решения рассматриваемой задачи: 1) кирпичная стена; 2) воздух; 3) стеклянное окно; 4) деревянный пол; 5) бетонная плита; 6) локально сосредоточенные источники тепловыделения

Рассматривается краевая задача теплопроводности для области, представленной на рис. 1. Область решения включает 12 параллелепипедов, имеющих разные размеры и теплофизические характеристики. На границах между всеми параллелепипедами и на границах с внешней по отношению к рассматриваемому объекту средой выставлялись соответствующие граничные условия. Исследуемая в данной работе модель объекта теплопотребления (рис. 1) достаточно хорошо описывает помещение, отапливаемое за счёт централизованной или местной системы отопления в условиях интенсивного теплообмена с внешней средой.

Задача решена в рамках модели теплопроводности без учёта возможного теплопереноса за счёт естественной или вынужденной конвекции. В такой постановке процесс переноса тепла в анализируемом объекте описывается системой нестационарных уравнений теплопроводности с нелинейными граничными условиями.

Математическая модель. Распределение тепла в рассматриваемой области описывается уравнением теплопроводности [1].

$$\rho_i c_i \frac{\partial T_i}{\partial t} = \lambda_i \left(\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial z^2} \right),$$

$$i = \overline{1,5},$$

где $T=T(t,x,y,z)$; T_i – температура; x, y, z – декартовы координаты; c_i – удельная теплоемкость; ρ_i – плотность; λ_i – теплопроводность i-ого материала; $i = 1$ – кирпичная стена; 2 – воздух; 3 – стеклянное окно; 4 – деревянный пол; 5 – бетонная плита; t – время.

Начальные и граничные условия для сформулированной задачи имеют вид:

Начальное условие:

$$T(t,x,y,z)\big|_{t=0} = T_0 = \text{const}.$$

Граничные условия:

– на грани, разделяющей внешнюю среду и рассматриваемый объем

$$-\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial y} = \alpha(T_e - T_i) + \varepsilon\sigma(T_e^4 - T_i^4),$$

где $i = 1,3,5$; поскольку на данной грани находятся такие материалы как: $i = 1$ – кирпич; 3 – стекло; 5 – бетон.

– на всех участках области решение, где происходит сопряжение материалов с различными теплофизическими параметрами, заданы условия 4-го рода

$$T_i = T_j \qquad i = \overline{1,5}$$

$$-\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial x^k} = -\lambda_j \frac{\partial T_j}{\partial x^k}, \text{ где } \quad j = \overline{1,5}; \quad k = \overline{1,3}$$

– на всех внешних границах рассматриваемого объема, кроме грани, на которой осуществляется теплообмен с внешней средой, заданы условия симметрии

$$-\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial x^k} = 0, \text{ где } \quad i = \overline{1,5}; \quad k = \overline{1,3};$$

– на локально сосредоточенных источниках тепловыделения заданы условия 1-го рода

$$T = T_{bat} = \text{const},$$

здесь α – коэффициент теплообмена между внешней средой и рассматриваемой областью решения; T_e – температура внешней среды; ε – приведенная степень черноты; T_0 – начальная температура рассматриваемого объекта; T_{bat} – температура на источниках тепловыделения; σ – постоянная Стефана-Больцмана.

Предполагалось, что источники тепловыделения имеют постоянную в течение всего времени температуру, а на их границах выполняются граничные условия первого рода.

Сформулированная краевая задача решена методом конечных разностей [2]. Особенность рассматриваемой задачи состоит в том, что область решения включает несколько элементов с существенно различными по величине теплофизическими характеристиками. При этом самая большая подобласть решения имеет размеры в сотни раз отличающиеся от размеров характерных подобластей с существенно отличными коэффициентами теплопроводности и температуропроводности. В связи с этой особенностью решение сформулированной краевой задачи невозможно с применением регулярной и равномерной разностной сетки в заданном диапазоне изменения основных параметров. Поэтому применялась неравномерная разностная сетка со сгущением вблизи границ раздела подобластей с различными теплофизическими характеристиками материалов. Для решения разностных аналогов исходных дифференциальных уравнений

использовался локально-одномерный метод, а для решения одномерных разностных уравнений – итерационная неявная разностная схема [2, 3]. Выбор значений сеточных параметров проводился на множестве сеток исходя из условий обеспечения устойчивого и сходящегося решения при минимально допустимом числе узлов разностной сетки.

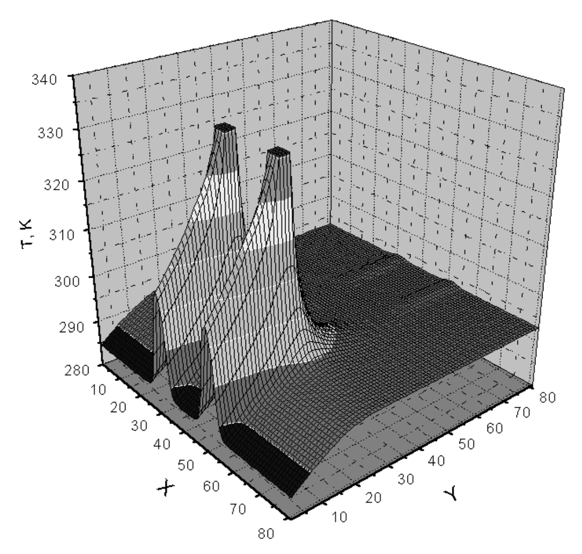


Рис. 2. *Распределение температуры в сечении z = 0,7 м в момент времени t = 32400 с. Точки по осям x и y — условные координаты, отвечающие номерам узлов разностной сетки области решения*

На рис. 2 приведены типичные результаты решения сформулированной краевой задачи в виде температурного поля $T(x, y)$ в фиксированном сечении $z = 0{,}7$ м в момент времени $t = 9$ ч. Это сечение соответствует по конфигурации границ рис. 3.

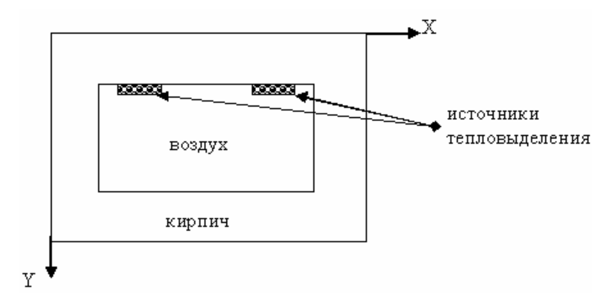


Рис. 3. *Сечение области решения плоскостью z = 0,7 м*

Численный анализ проведён при следующих значениях: $\alpha = 10$ Вт/(м^2·K), $\varepsilon = 0{,}3$, $T_e = 258$ K, $T_0 = 293$ K, $T_{bat} = 333$ K. Длина комнаты – 5 м; ширина – 4 м; высота – 3 м; толщины стен – 0,3 м. Длина окна – 2 м; высота – 1,5 м; толщина стекла – 0,005 м; расстояние между стеклами – 0,1 м. Длина батареи – 0,5 м; толщина – 0,1 м; высота – 0,6 м. Толщина пола – 0,2 м; расстояние от пола до батареи – 0,2 м; расстояние от батареи до окна – 0,2 м; расстояние от окна до потолка – 0,5 м; толщина потолка – 0,2 м. Расстояние от боковой стены до окна – 1,5 м; расстояние от боковой стены до первой батареи и от второй батареи до стены – 0,5 м.

На рис. 2 хорошо видна существенная неоднородность температурного поля, характерная для сечений, проходящих через источники тепловыделения. В других сечениях (рис. 4, *а*) эта неоднородность проявляется менее отчетливо, но сохраняется и на достаточно большом удалении от источников (рис. 4, *б*).

Следует особо отметить, что для решения одного варианта рассматриваемой краевой задачи требуются значительные ресурсы ПЭВМ. Исходя из того, что известны решения одномерных нестацио-

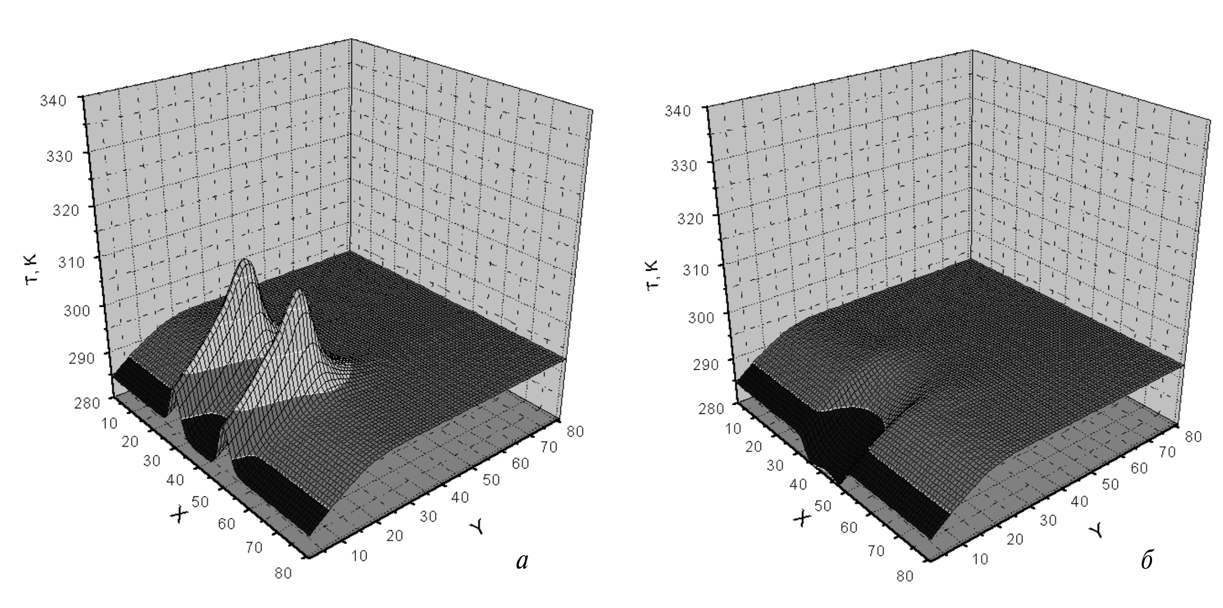


Рис. 4. *Распределение температуры в момент времени t = 32400 с в сечении: а) z = 1,1 м; б) z = 1,95 м*

нарных краевых задач теплопроводности для аналогичных объектов исследования [4, 5], проведены сравнения результатов вычислений полей температур в идентичных условиях для одномерной и пространственной постановок. На рис. 5 приведены результаты сравнения для сечений z = 1,95 м, x = 2,8 м.

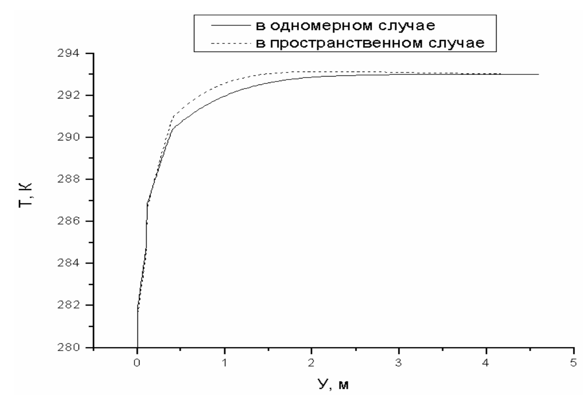


Рис. 5. *Распределение температуры при одномерном и пространственном случаях в момент времени t = 32400 с*

Хорошо видно, что отличия по значениям T составляют 1,5...2,0 K. Сравнение среднеобъёмных значений температуры, вычисленных при использовании одномерной и пространственной моделей, приводит к аналогичным результатам. Учитывая специфику проблемы теплоэнергосбережения, можно сделать вывод [6], что решение пространственной краевой задачи приводит к существенно более точным оценкам значений температур внутри типичных объектов теплоснабжения. Следует отметить, что рассматриваемая постановка может быть существенно усовершенствована путём учёта механизма теплообмена внутри рассматриваемого объекта за счёт естественной конвекции. В этом случае результаты анализа температурных полей могут быть уточнены. При реализации же одномерных постановок для такого уточнения необходима экспериментальная информация по коэффициентам теплообмена на всех внутренних границах области решения. Определение значений этих коэффициентов представляет достаточно сложную задачу, для решения которой необходимы серьёзные усилия в каждом конкретном случае. В то же время, при реализации пространственной модели необходимость проведения экспериментов для определения исходных данных отпадает. Процесс моделирования может быть проведен в этом случае и для сложных конфигураций исследуемых объектов при наличии сведений о теплофизических характеристиках материалов, используемых в данном объекте. Эти характеристики хорошо известны не только для традиционных строительных материалов (кирпич, бетон, железобетон, древесина, стекло) [7], но для новых конструкционных материалов (пластмассы, теплоизоляционные материалы, пенобетоны и др.).

Решена пространственная нестационарная задача теплопроводности для замкнутого объема с локально сосредоточенными источниками тепловыделения, проведены сравнения температурных полей для пространственной и одномерной постановок рассматриваемой задачи. Представленные результаты позволяют делать заключение о неоднородном распределении температуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности. — М.: Высшая школа, 1967. — 600 с.
2. Самарский А.А. Теория разностных схем. — М.: Наука, 1977. — 656 с.
3. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. — М.: Физматгиз, 1962. — Т. 2. — 640 с.
4. Иванов В.В., Карасева Л.В., Тихомиров С.А. Моделирование процессов теплопереноса в многослойных ограждающих конструкциях // Труды третьей Российской национальной конференции по теплообмену. — М.: Издательство МЭИ, 2002. — Т. 7. — С. 131—134.
5. Матюхов Д.В., Низовцев М.И., Терехов В.И., Терехов В.В. Определение теплозащитных характеристик теплоинерционных конструкций в условиях нестационарного теплообмена // Труды третьей Российской национальной конференции по теплообмену. — М.: Издательство МЭИ, 2002. — Т. 7. — С. 184—187.
6. Табунщиков Ю.А., Бродач М.М. Математическое моделирование и оптимизация тепловой эффективности зданий. — М.: АВОК-ПРЕСС, 2002. — 194 с.
7. Физические величины: Справочник / А.П. Бабичев, Н.А. Бабушкина, А.М. Братковский и др. Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. — М.: Энергоатомиздат, 1991. — 1232 с.